

図2  $\Delta$  が等しく  $\rho$  が等しいグラフの例  
Fig.2 An example of two graphs with same  $\Delta$  and  $\rho$

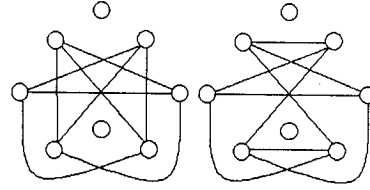


図3 図2の連結補グラフ  
Fig.3

The disjoint-complement graphs for graphs of Fig.2

$A_\phi(v)$  は、一方が他方に含まれることはない。  $u_a \in Adj(u, G_0) - A_\phi(v)$  と  $u_b \notin Adj(u, G_0) - A_\phi(v)$  を満たす頂点  $u_a, u_b$  が存在する。ここで  $deg(u, G_0) = k'$  とおく。  $u_a \in Adj(u, G_0), u_b \notin Adj(u, G_0)$  より  $u \notin Adj(u_b, G_0)$  となる。  $k' \in \delta(u_b, G_0) = \delta(u_b, G_1), u \notin Adj(u_b, G_0), v_b \in Adj(v, G_1)$  より  $deg(u', G_0) = k', u' \in Adj(u_b, G_0)$  となる頂点  $u' \in V(G_0)$  が存在する。

同様に  $v_b \in Adj(v, G_1), v_a \notin Adj(v, G_1)$  及び  $\delta(u_a, G_0) = \delta(v_a, G_1), v \notin Adj(v_a, G_1), u_a \in Adj(u, G_0)$  より  $deg(v', G_1) = deg(u, G_0) = k, v' \in Adj(v_a, G_1)$  となる頂点  $v' \in V(G_1)$  が存在する。

(Case 1)  $k = k'$  のとき

$k = deg(u, G_0), k \in \delta(u, G_0), u \in V(G_0), k = deg(u', G_0), k \in \delta(u', G_0), u' \in V(G_0), k = deg(u_a, G_0), k \in \delta(u_a, G_0), u_a \in V(G_0), k = deg(u_b, G_0), k \in \delta(u_b, G_0), u_b \in V(G_0)$  であるから  $\Lambda(k, k, G_0) \geq 4$  となり条件  $P(G_0)$  の2) を満たさない。

(Case 2)  $k \neq k'$  のとき

$k' = deg(u, G_0), k \in \delta(u, G_0), v \in V(G_0), k' = deg(u', G_0), k \in \delta(u', G_0), u \in V(G_0), k = deg(u_a, G_0), k' \in \delta(u_a, G_0), u_a \in V(G_0), k = deg(u_b, G_0), k' \in \delta(u_b, G_0), u_b \in V(G_0)$  であるから  $\Lambda(k, k', G_0) \geq 2, \Lambda(k', k, G_0) \geq 2$  となり条件  $P(G_0)$  の1) を満たさない。

いずれの場合も  $\Lambda$  グラフであるという仮定に矛盾する。 □

#### 4. 位数制限グラフの同型性

多重集合  $\rho(G)$  に対して、  $\#(n, \rho(G)) = a_n, \#(n-1, \rho(G)) = a_{n-1}, \dots, \#(3, \rho(G)) = a_3, \#(n+1, \rho(G)) = a_{n+1}$  であることをベクトル  $\rho(G) = \langle a_n, a_{n-1}, \dots, a_3, a_{n+1} \rangle$  で表す。

[命題3] 位数が7個以下の任意の無向グラフ  $G_0$  と  $G_1$  が同型であるための必要十分条件は  $\Delta(G_0) = \Delta(G_1)$  かつ  $\rho(G_0) = \rho(G_1)$  かつ  $\hat{\rho}(G_0) = \hat{\rho}(G_1)$  である。

[証明] 必要性は明らかなので十分性のみを示す。

表1 図2の  $\Delta(G)$  (隣接次数表)

Table.1  $\Delta(G)$  :

The adjacency degree table for the graphs of Fig.2

6:	3,3,3,3,3,3
3:	6,3,3
3:	6,3,3
3:	6,3,3
3:	6,3,3
3:	6,3,3
3:	6,3,3
0:	

表2 図2の  $\rho(G)$  (最小サイクル表)

Table.2

$\rho(G)$  : The minimum cycle table for the graphs of Fig.2

3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3
-----------------------

位数が6個以下のときは、位数が7個のグラフから次数0の頂点を取り除いたものと見なせるので位数7個のときだけを考えればよい。

位数が7個のとき、完全グラフの辺の数は21であるから、グラフの総数は  $2^{21} = 2097152$  個である。

$0 \leq i \leq 2097151$  に対して  $V(G_i) = V$  と定め、  $E(G_i)$  を以下のように定める。

頂点を  $V = \{v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$  とし、辺を  $e_0 = (v_0, v_1), e_1 = (v_0, v_2), e_2 = (v_1, v_2), e_3 = (v_0, v_3), e_4 = (v_1, v_3), e_5 = (v_2, v_3), e_6 = (v_0, v_4), e_7 = (v_1, v_4), e_8 = (v_2, v_4), e_9 = (v_3, v_4), e_{10} = (v_0, v_5), e_{11} = (v_1, v_5), e_{12} = (v_2, v_5), e_{13} = (v_3, v_5), e_{14} = (v_4, v_5), e_{15} = (v_0, v_6), e_{16} = (v_1, v_6), e_{17} = (v_2, v_6), e_{18} = (v_3, v_6), e_{19} = (v_4, v_6), e_{20} = (v_5, v_6)$  とする。  $0 \leq j \leq 20$  に対して

$$\lfloor \frac{i}{2^{j-1}} \rfloor \bmod 2 = \begin{cases} 0 & \text{ならば } e_j \notin E(G_i) \\ 1 & \text{ならば } e_j \in E(G_i) \end{cases}$$

$E(G_i)$  については、付録1を参照。コンピュータを使って、この2097152種類のグラフを同型によって分けると1044種類の同値類がえられた。これらの同値類の代表元を  $H_j (0 \leq j \leq 1043)$  とする。コン